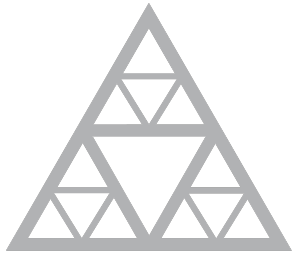
Algorithmique et structures de données

File de priorité - Fast marching

Nicolas Audebert

Mercredi 6 mars 2018



École des Ponts
ParisTech

Plan de la séance

File de priorité

On cherche à créer une file dont les éléments sont retirés en fonction de la **priorité** (un score) qui leur est attribué.

Il s'agit donc de maintenir une file triée (par ordre de priorité) lors de l'ajout ou de la suppression d'un élément.

Compromis

- Accéder en $O(1)$, implique une insertion en $O(N)$
- Insérer en $O(1)$, implique un accès en $O(N)$

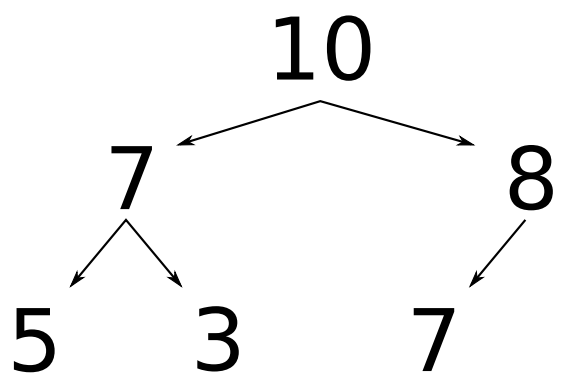
File de priorité : solution

Solution

On fait le choix d'une insertion et d'un accès en $O(\log N)$. On utilise pour ce faire une structure d'**arbre binaire** équilibré, i.e. un arbre dans lequel chaque noeud possède au plus 2 fils. On construit l'arbre de sorte que chaque parent a une priorité supérieure à celle de ses fils.

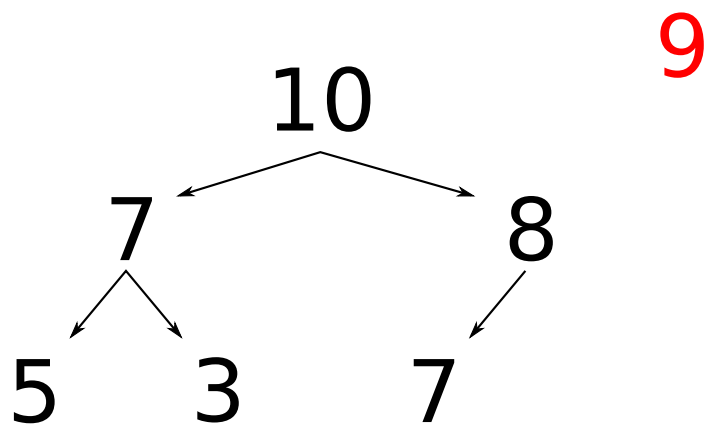
File de priorité : insertion (push)

Le nouvel élément est inséré dans le sous-arbre de profondeur minimale, puis échangé avec ses parents si sa priorité est supérieur à la leur.



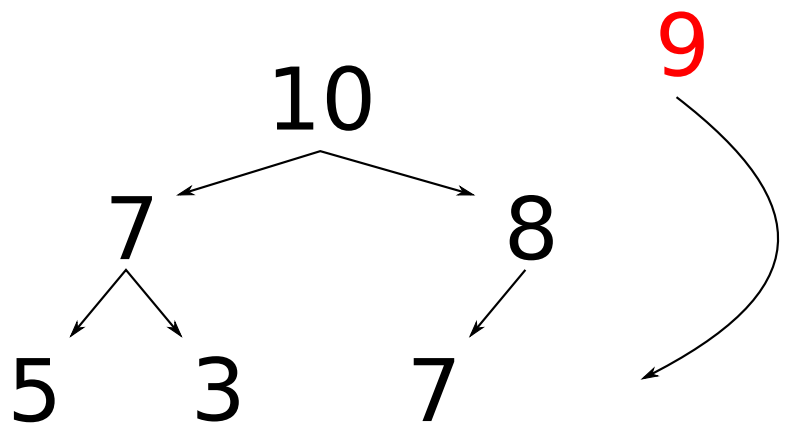
File de priorité : insertion (push)

Le nouvel élément est inséré dans le sous-arbre de profondeur minimale, puis échangé avec ses parents si sa priorité est supérieur à la leur.



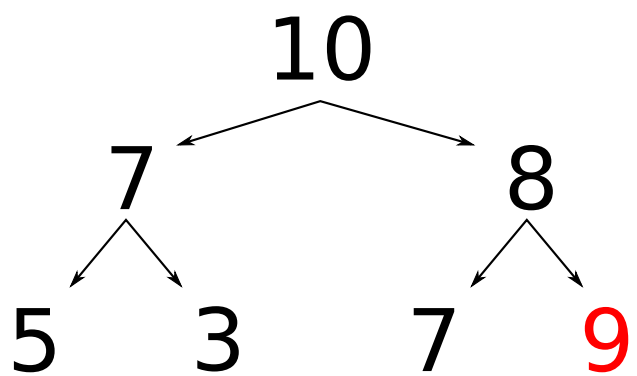
File de priorité : insertion (push)

Le nouvel élément est inséré dans le sous-arbre de profondeur minimale, puis échangé avec ses parents si sa priorité est supérieur à la leur.



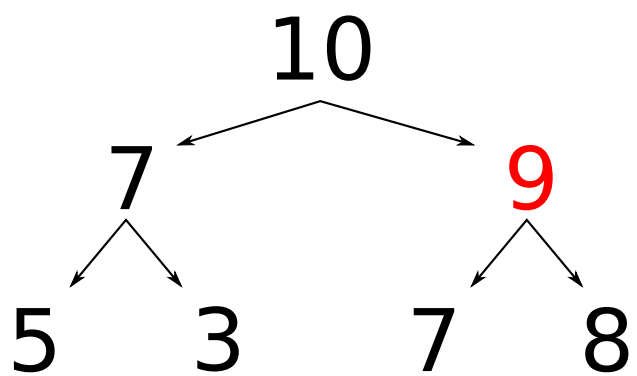
File de priorité : insertion (push)

Le nouvel élément est inséré dans le sous-arbre de profondeur minimale, puis échangé avec ses parents si sa priorité est supérieur à la leur.



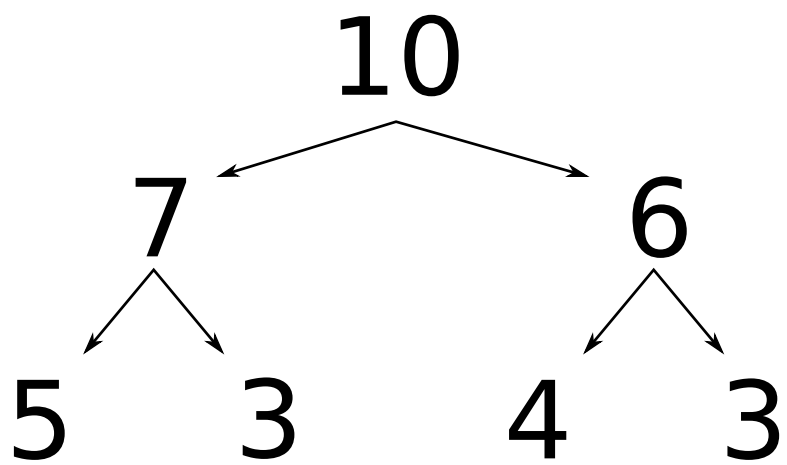
File de priorité : insertion (push)

Le nouvel élément est inséré dans le sous-arbre de profondeur minimale, puis échangé avec ses parents si sa priorité est supérieur à la leur.



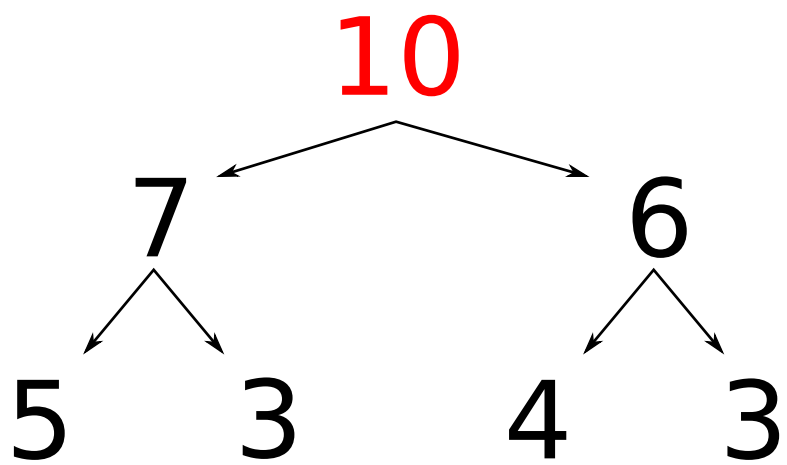
File de priorité : retrait (pop)

La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



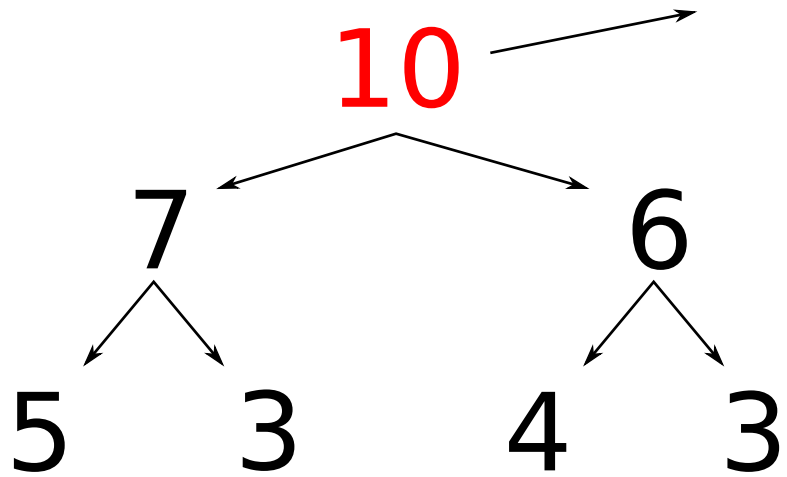
File de priorité : retrait (pop)

La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



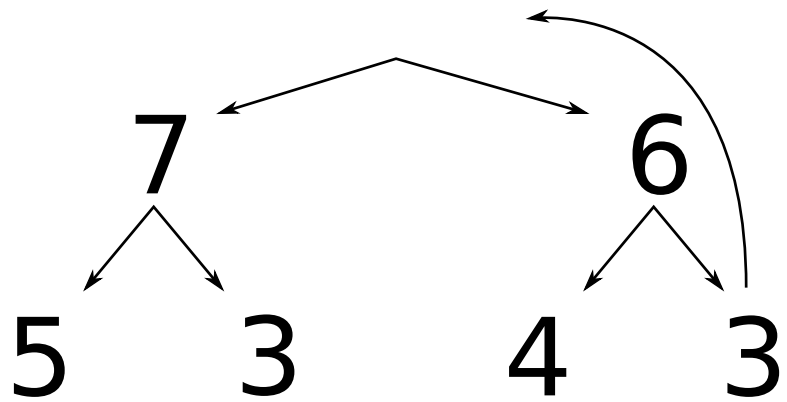
File de priorité : retrait (pop)

La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



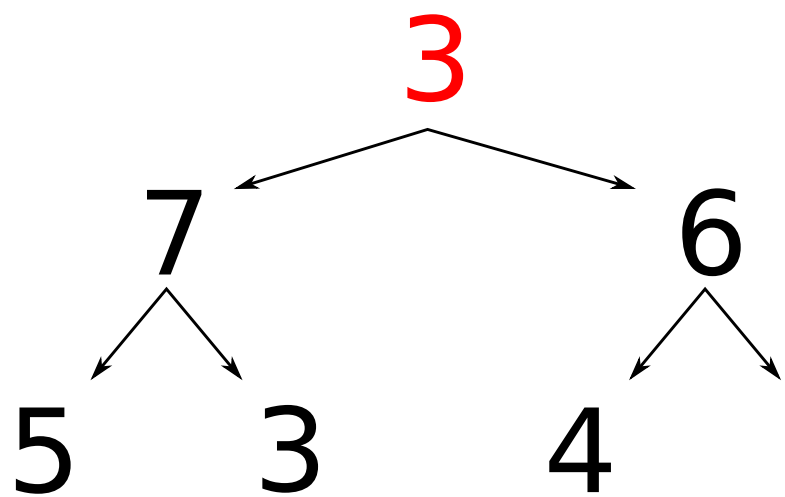
File de priorité : retrait (pop)

La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



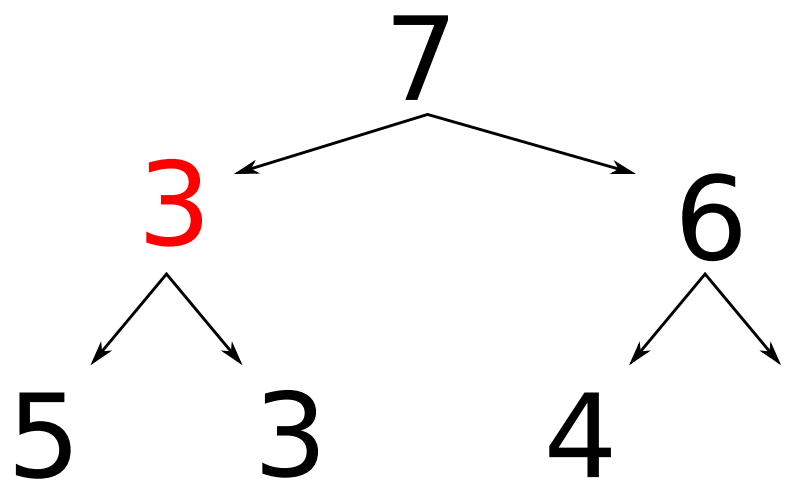
File de priorité : retrait (pop)

La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



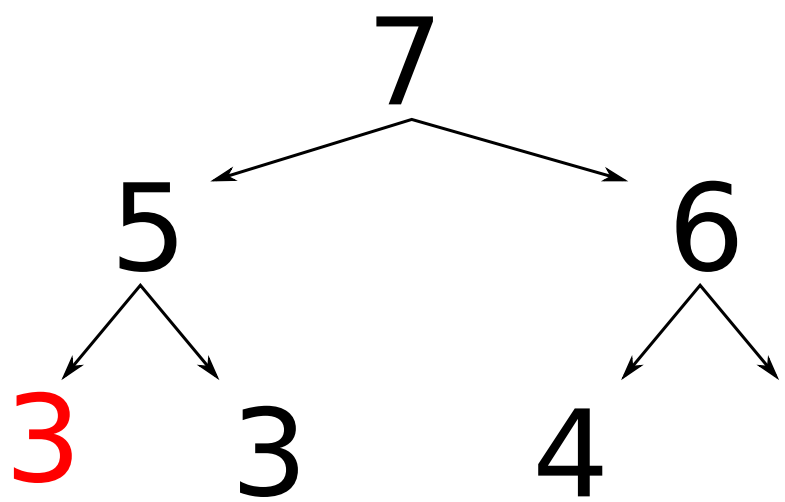
File de priorité : retrait (pop)

La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



File de priorité : retrait (pop)

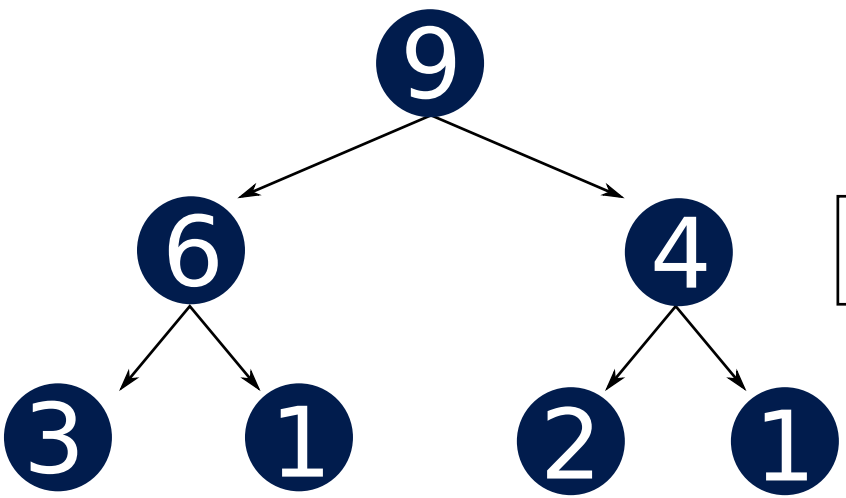
La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.

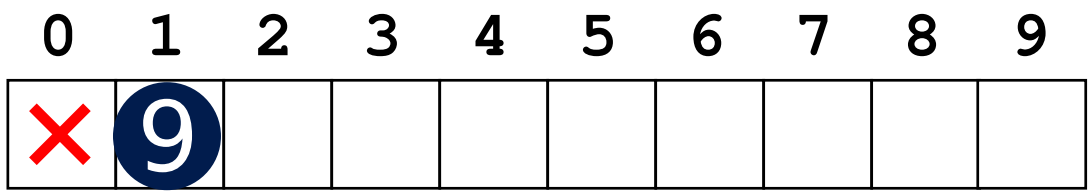


Stockage

La file de priorité est stockée dans un tableau, construit de la façon suivante :

En commençant à l'indice 1, les fils du nœud i sont placés aux indices $2i$ et $2i + 1$.

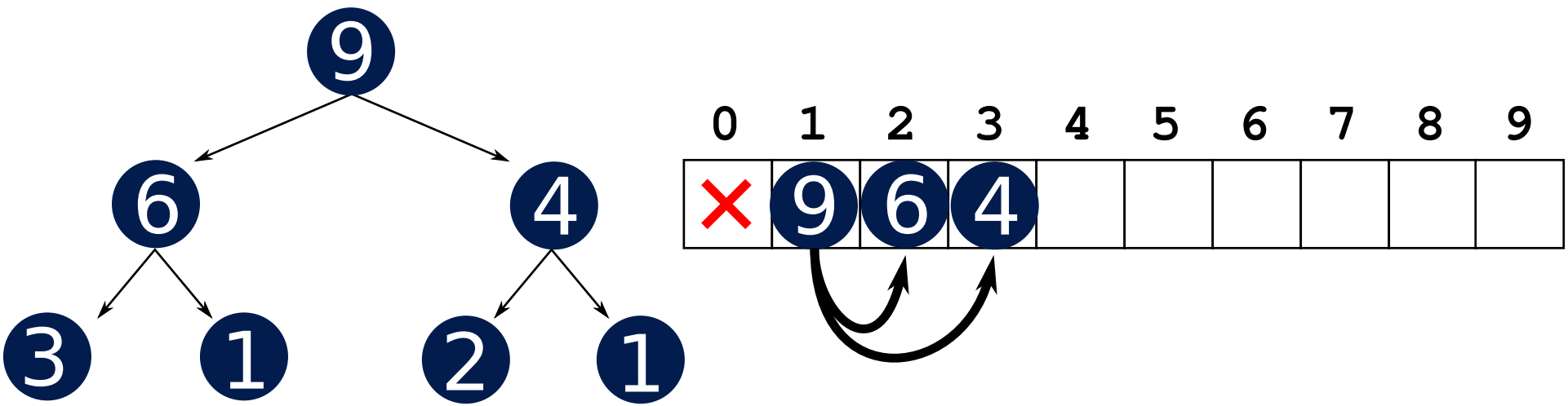




Stockage

La file de priorité est stockée dans un tableau, construit de la façon suivante :

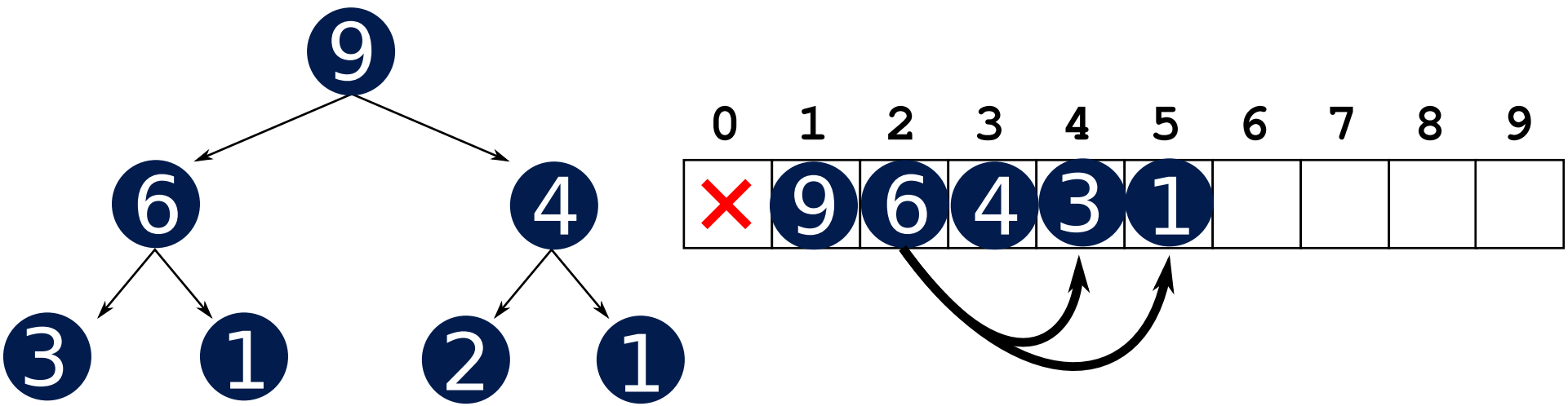
En commençant à l'indice 1, les fils du nœud i sont placés aux indices $2i$ et $2i + 1$.



Stockage

La file de priorité est stockée dans un tableau, construit de la façon suivante :

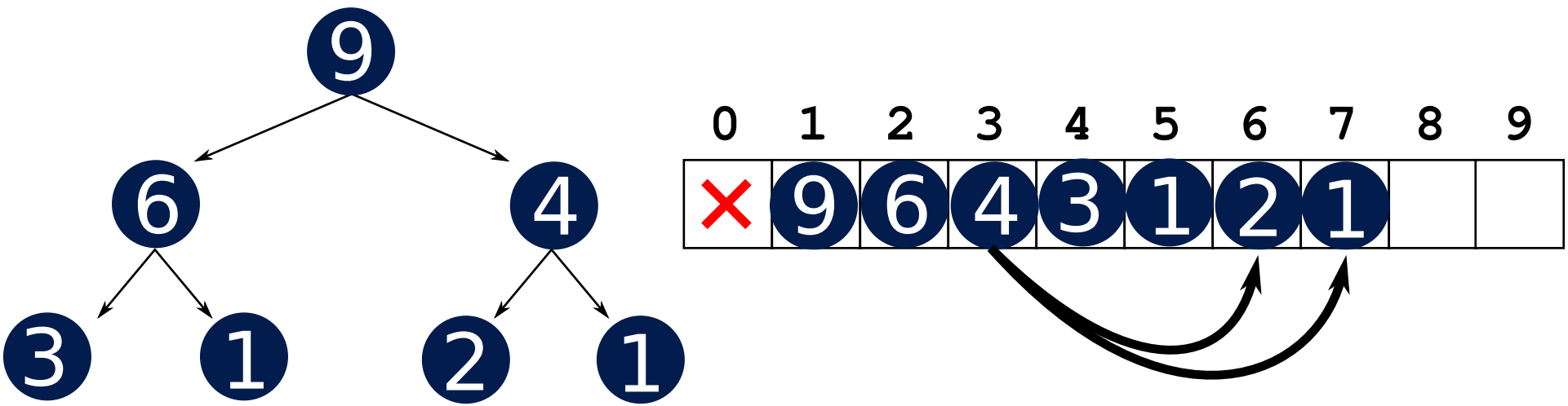
En commençant à l'indice 1, les fils du nœud i sont placés aux indices $2i$ et $2i + 1$.



Stockage

La file de priorité est stockée dans un tableau, construit de la façon suivante :

En commençant à l'indice 1, les fils du nœud i sont placés aux indices $2i$ et $2i + 1$.



Plan de la séance

HeapSort

HeapSort remplit une file de priorité et puis retire les éléments un par un.

```
void HeapSort(std::vector<double> &v){
  FilePriorite f;
  for(int i=0; i<v.size(); i++){
    f.push(v[i]);
  }
  for(int i=0; i<v.size(); i++){
    v[i] = f.pop();
  }
}
```

Conclusion

HeapSort est un tri en $O(N \log N)$ **dans tous les cas**. Cependant en comparaison à QuickSort, il utilise plus de mémoire et est plus long en moyenne.

En pratique, QuickSort est le tri le plus utilisé.

Complexités à retenir

- Tri : $O(N \log N)$
- Recherche dans un tableau trié : $O(\log N)$
- Recherche dans un tableau non trié : $O(N)$

Plan de la séance

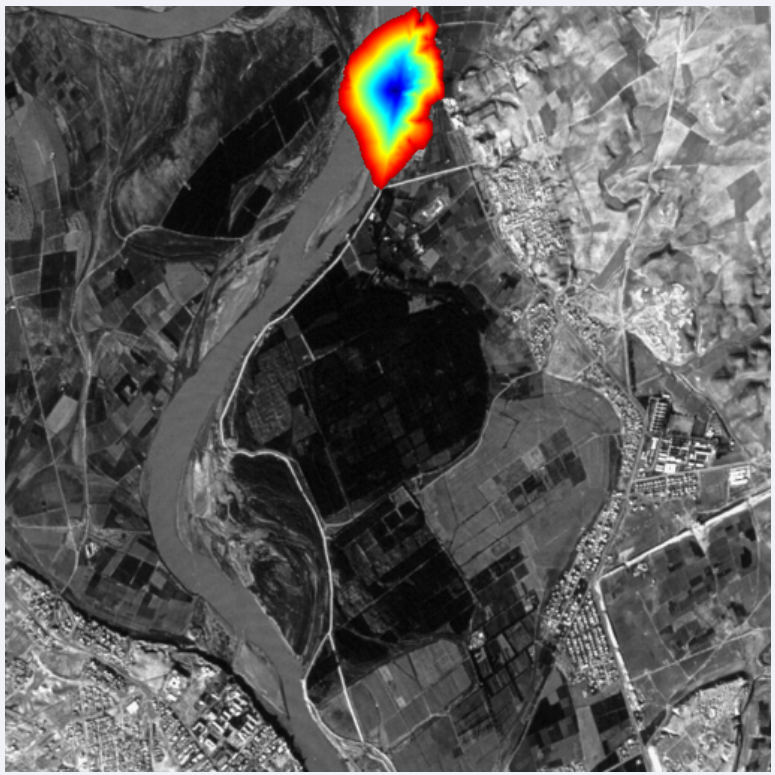
TP : fast marching

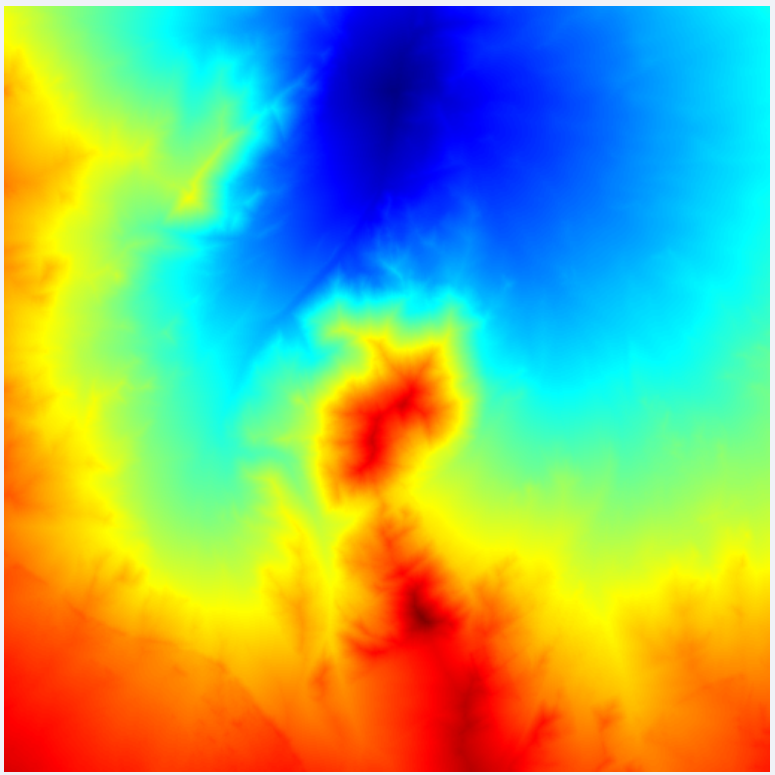
TP

Deux parties :

- Implémentation d'une file de priorité
- Application au fast marching

Calcul rapide de cartes de distances





Fast marching

Calcul de plus court chemin