

Algorithmique et structures de données

File de priorité - Fast marching

Nicolas Audebert

Lundi 7 mars 2022

Plan de la séance

File de priorité et tri par tas

Tri par tas

TP

File de priorité

L'objectif est de créer une file dont les éléments sont retirés en fonction de la **priorité** (un score) qui leur est attribué.

Il s'agit donc de maintenir une file triée (par ordre de priorité) lors de l'ajout ou de la suppression d'un élément.

Compromis

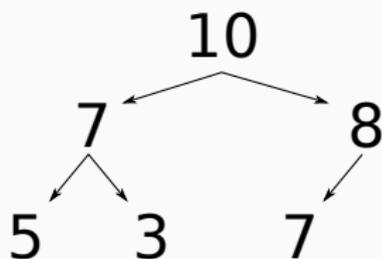
- Accéder en $O(1)$, implique une insertion en $O(N)$
- Insérer en $O(1)$, implique un accès en $O(N)$

Solution

On fait le choix d'une insertion et d'un accès en $O(\log N)$. On utilise pour ce faire une structure d'**arbre binaire** équilibré, i.e. un arbre dans lequel chaque noeud possède au plus 2 fils. On construit l'arbre de sorte que chaque parent a une priorité supérieure à celle de ses fils.

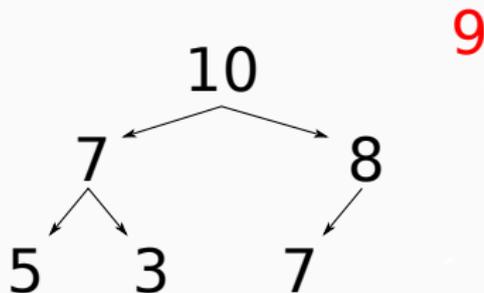
File de priorité : insertion (push)

Le nouvel élément est inséré dans le sous-arbre de profondeur minimale, puis échangé avec ses parents si sa priorité est supérieure à la leur.



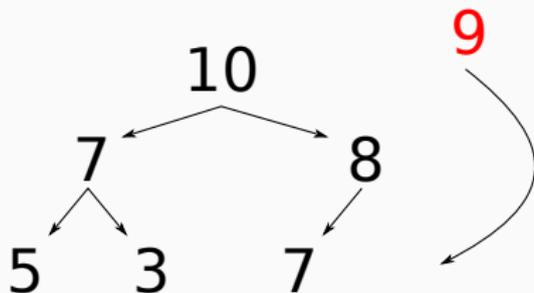
File de priorité : insertion (push)

Le nouvel élément est inséré dans le sous-arbre de profondeur minimale, puis échangé avec ses parents si sa priorité est supérieure à la leur.



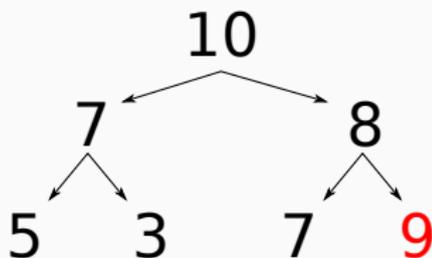
File de priorité : insertion (push)

Le nouvel élément est inséré dans le sous-arbre de profondeur minimale, puis échangé avec ses parents si sa priorité est supérieure à la leur.



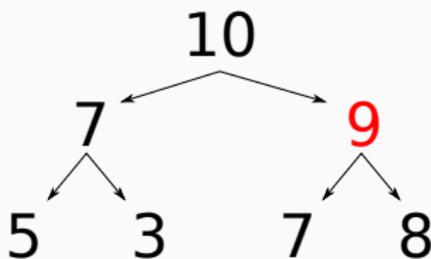
File de priorité : insertion (push)

Le nouvel élément est inséré dans le sous-arbre de profondeur minimale, puis échangé avec ses parents si sa priorité est supérieure à la leur.



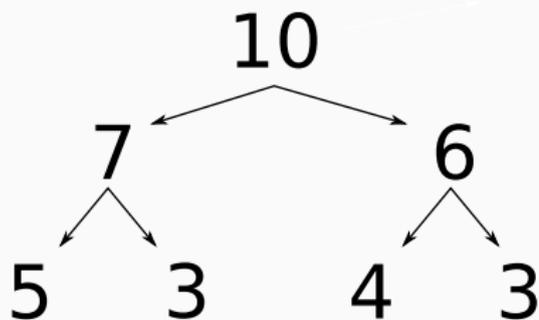
File de priorité : insertion (push)

Le nouvel élément est inséré dans le sous-arbre de profondeur minimale, puis échangé avec ses parents si sa priorité est supérieure à la leur.



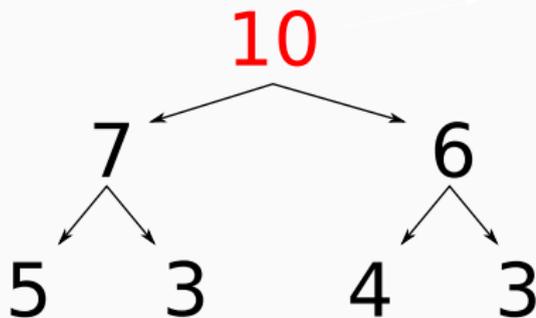
File de priorité : retrait (pop)

La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



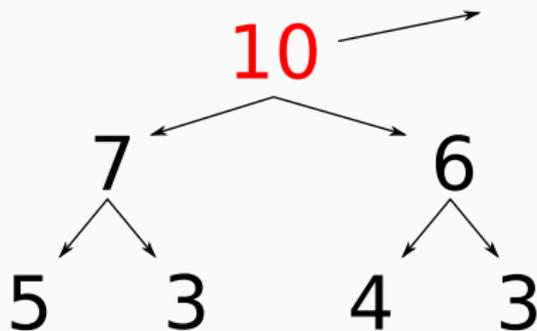
File de priorité : retrait (pop)

La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



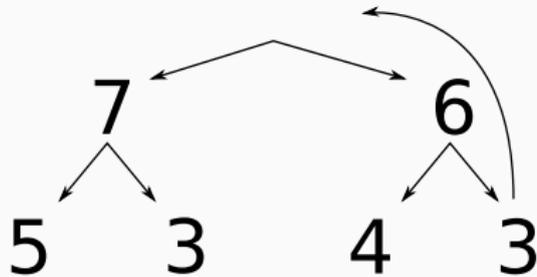
File de priorité : retrait (pop)

La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



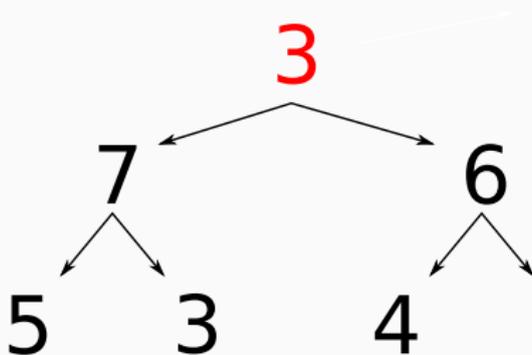
File de priorité : retrait (pop)

La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



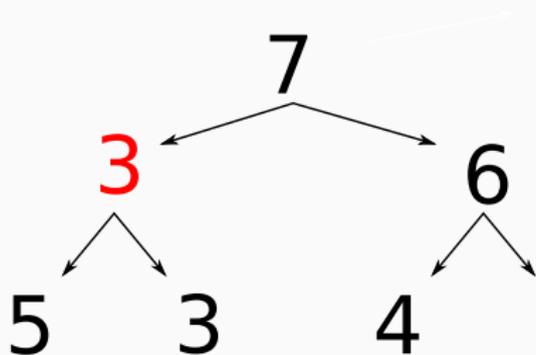
File de priorité : retrait (pop)

La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



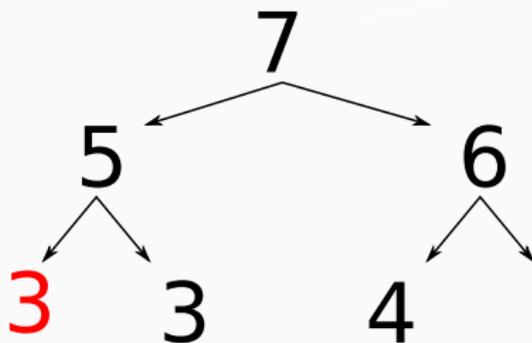
File de priorité : retrait (pop)

La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



File de priorité : retrait (pop)

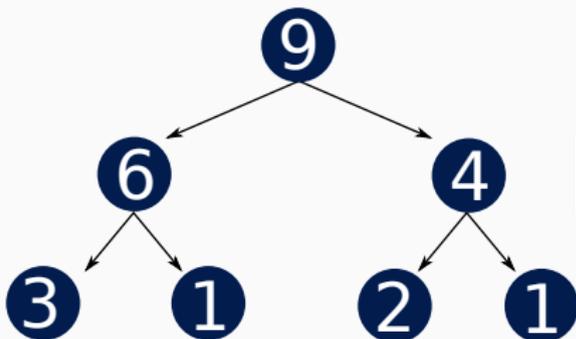
La racine de l'arbre est retirée. L'élément le plus profond est placé à la racine puis échangé avec son fils de priorité maximale si celle-ci est supérieure à la sienne.



Stockage

La file de priorité est stockée dans un tableau, construit de la façon suivante :

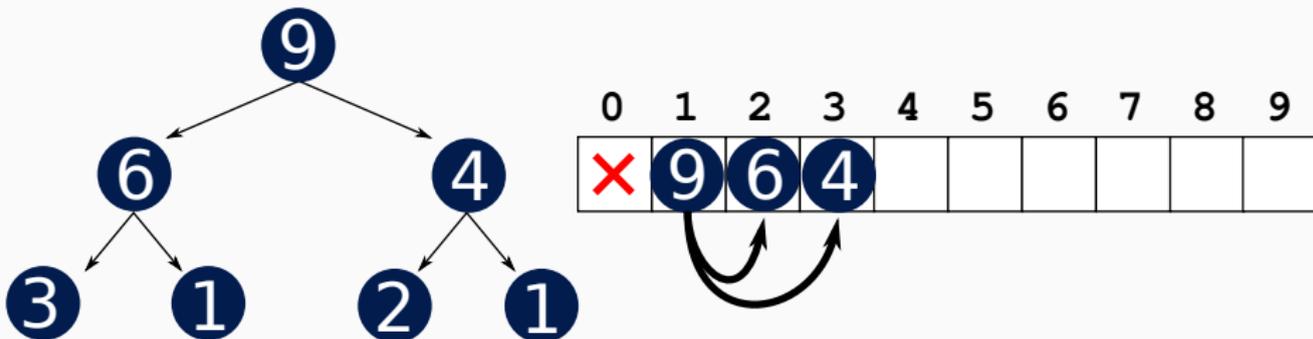
En commençant à l'indice 1, les fils du nœud i sont placés aux indices $2i$ et $2i + 1$.



Stockage

La file de priorité est stockée dans un tableau, construit de la façon suivante :

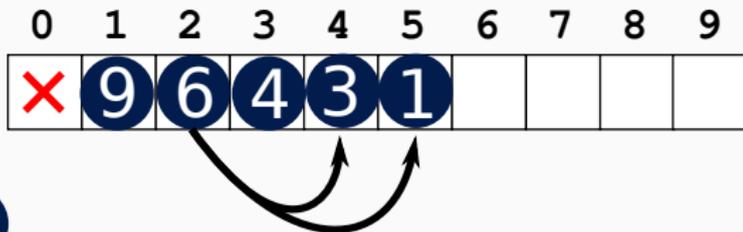
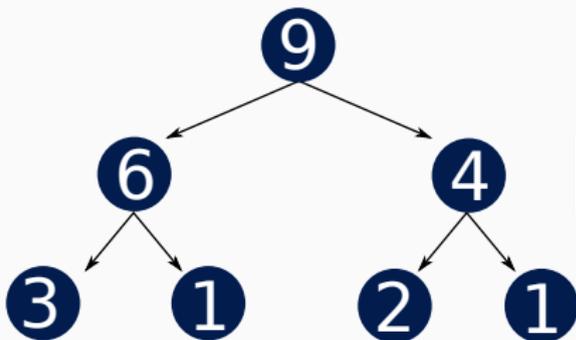
En commençant à l'indice 1, les fils du nœud i sont placés aux indices $2i$ et $2i + 1$.



Stockage

La file de priorité est stockée dans un tableau, construit de la façon suivante :

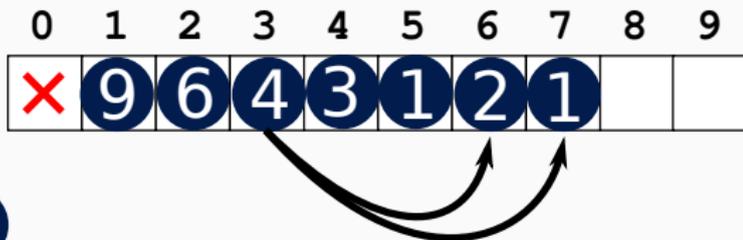
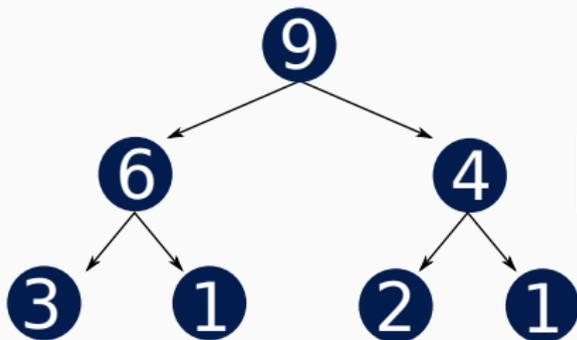
En commençant à l'indice 1, les fils du nœud i sont placés aux indices $2i$ et $2i + 1$.



Stockage

La file de priorité est stockée dans un tableau, construit de la façon suivante :

En commençant à l'indice 1, les fils du nœud i sont placés aux indices $2i$ et $2i + 1$.



File de priorité et tri par tas

Tri par tas

TP

HeapSort

HeapSort remplit une file de priorité et puis retire les éléments un par un.

```
void HeapSort(std::vector<double> &v){
    FilePriorite f;
    for(int i=0; i<v.size(); i++){
        f.push(v[i]);
    }
    for(int i=0; i<v.size(); i++){
        v[i] = f.pop();
    }
}
```

Conclusion

HeapSort est un tri en $O(N \log N)$ **dans tous les cas**. Cependant en comparaison à QuickSort, il utilise plus de mémoire et est plus long en moyenne.

En pratique, QuickSort est le tri le plus utilisé.

Complexités à retenir

- Tri : $O(N \log N)$
- Recherche dans un tableau trié : $O(\log N)$
- Recherche dans un tableau non trié : $O(N)$

Plan de la séance

File de priorité et tri par tas

Tri par tas

TP

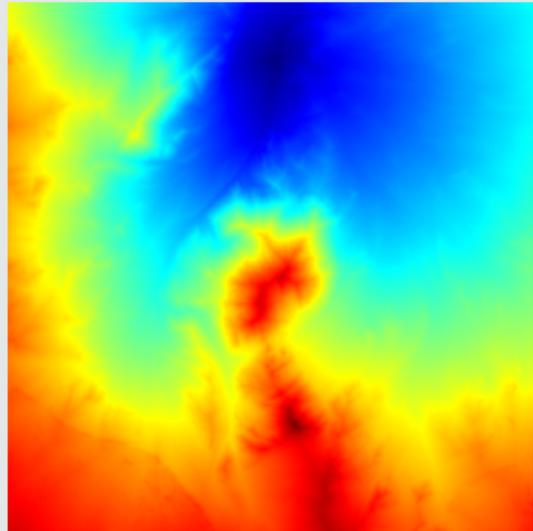
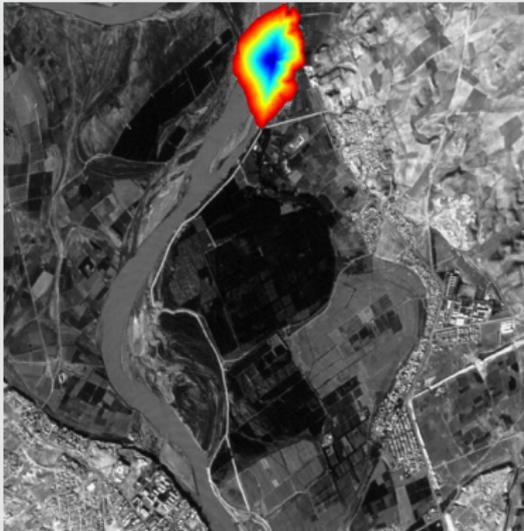
TP

Deux parties :

- Implémentation d'une file de priorité
- Application au fast marching

Fast marching

Calcul rapide de cartes de distances



Fast marching

Calcul de plus court chemin

